Próbny pisemny egzamin dyplomowy

na Uniwersytecie Wrocławskim

na kierunku matematyka

część II

specjalność teoretyczna

Kwiecień 2002

1. H i N są podgrupami w G, przy czym N jest normalna.
(a) Uzasadnij, że $HN = \{hn : h \in H, n \in N\}$ jest podgrupą w G.
(b) Uzasadnij, że $H \cap N$ jest podgrupą normalną w H.
(c) Uzasadnij, że grupy ilorazowe $HN//N$ i $H//H \cap N$ są izomorficzne.

2. Rozstrzygnij, który z prostopadłościanów wpisanych w daną kulę ma największą objętość.

3. Rozważmy następujące normy na przestrzeni wektorowej R^2:
(a) $||(x, y)||_1 = \sqrt{x^2 + y^2}$,
(b) $||(x, y)||_2 = |x| + |y|$,
(c) $||(x, y)||_3 = \max(|x|, |y|)$.
Rozstrzygnij czy przestrzenie $(R^2, ||\cdot||_i)$, $i = 1, 2, 3$, są:
(i) homeomorficzne jako przestrzenie topologiczne;
(ii) izometryczne jako przestrzenie metryczne;
(iii) izomorficzne jako przestrzenie unormowane.

4. Niech $f : [a, b] \to R$ będzie funkcją klasy C^1 i niech $Z = \{x \in R : f'(x) = 0\}$. Uzasadnij, że obraz $f(Z)$ zbioru Z ma miarę Lebesgue'a zero. Wskazówka: skorzystaj z jednostajnej ciągłości pochodnej f'.

Próbny pisemny egzamin dyplomowy

na Uniwersytecie Wrocławskim

na kierunku matematyka

część II

specjalność zastosowania

Kwiecień 2002

1 Niech $\{N_t, t \geq 0\}$ będzie procesem Poissona z parametrem λ. Określamy proces $\{X_t, t \geq 0\}$ w nastepujący sposób:

$$X_t = \begin{cases} 1 & \text{gdy } N_t \text{ jest liczbą parzystą lub zerem,} \\ -1 & \text{gdy } N_t \text{ jest liczbą nieparzystą.} \end{cases}$$

a) Wykazać, że jest procesem Markowa.

b) Znaleźć rozkłady $P_i(t) = P(X_t = i), i = -1, 1$.

c) Wyznaczyć prawdopodobieństwa przejścia
$p_{ij}(s,t) = P\{X_t = j | x_s = i\}$, gdzie $s < t$, $i, j = -1, 1$.

d) Oblicz wartość średnią i funkcję korelacji tego procesu.

2 Stosując centralne twierdzenie graniczne do odpowiednio wybranego ciągu zmiennych losowych udowodnić, że

$$\lim_{n\to\infty} e^{-n} \sum_{k=1}^{n} \frac{n^k}{k!} = \frac{1}{2}.$$

3 Prawdopodobieństwo wyrzucenia orła w jednym rzucie monetą wynosi $\frac{1}{a}$, $1 < a < \infty$. Rzucamy monetą niezależnie tak długo, aż po raz pierwszy pojawi się orzeł. Opisać przestrzeń prób i rodzinę rozkładów prawdopodobieństwa na niej, dla tego doświadczenia. Wyznaczyć estymatory parametru a: (1) metodą momentów, (2) metodą największej wiarogodności. Który z nich jest estymatorem nieobciążonym z jednostajnie minimalną wariancją? Odpowiedź uzasadnić.

4 Rozwiąż następujące równanie różniczkowe

$$y'' - 4y' + 4y = t \exp(2t).$$

Próbny pisemny egzamin dyplomowy

na Uniwersytecie Wrocławskim

na kierunku matematyka

część II

specjalność matematyka z informatyką

Kwiecień 2002

1. Wykazać, że jeżeli

$$f(x) = e^x - 2, \qquad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n > 1,$$

to dla każdego $x_1 \in R$ – punktu startowego, zachodzi:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \ln 2.$$

Wsk.: Dla $e_n = x_n - \ln 2$ istnieje $\xi_n \in R$, takie że

$$e_{n+1} = \frac{f''(\xi_n)}{2f'(x_n)} e_n^2.$$

---

2. Dla $x = (x_1, x_2) \in R^2$ definujemy *normę wektorową* $\|x\|_\infty \stackrel{\text{def}}{=} \max(|x_1|, |x_2|)$ oraz odpowiednio *normę macierzową* $\|A\|_\infty \stackrel{\text{def}}{=} \max\limits_{i=1,2} \sum\limits_{j=1}^{2} |a_{ij}|$. Wektor $\tilde{b} \in R^2$ przybliża $b \in R$ z *błędem względnym* $\frac{\|\tilde{b}-b\|_\infty}{\|b\|_\infty}$. Niech będzie dana macierz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1+\varepsilon \\ 1-\varepsilon & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{gdzie} \quad 0 < \varepsilon.$$

Dla jakiego $0 < \varepsilon$ rozwiązanie przybliżone równania $A\tilde{x} = \tilde{b}$ przybliża rozwiązanie dokładne równania $Ax = b$ z *błędem względnym* spełniającym:

$$\frac{\|\tilde{x} - x\|_\infty}{\|x\|_\infty} \leq \frac{\|\tilde{b} - b\|_\infty}{\|b\|_\infty}.$$

---

3. Niech będą dane następujące deklaracje w pseudo **Pascalu**:

```
type
  ref   = ^slowo;
  slowo = record
            nast,poprz : ref;
                     n : integer;
          end;

procedure Add(var w:ref);
var
  r : ref;
begin
```

```
  if w<>nil then
    begin
      r        := new(ref);
      r^.nast  := nil;
      r^.poprz := w;
      r^.n     := w^.n+1;
      w^.nast  := r;
      w        := r
    end else begin
                w        := new(ref);
                w^.nast  := nil;
                w^.poprz := nil;
                w^.n     := 1
              end
end;
```

co odpowiada następującym deklaracjom w **C**:

```
struct StSlowo
{
   StSlowo *nast,*poprz;
   int n;
};


void Add(StSlowo **w)
{
   StSlowo *r;

   if(*w!=NULL)
   {
      r          = new StSlowo;
      r->nast    = NULL;
      r->poprz   = *w;
      r->n       = (*w)->n+1;
      (*w)->nast = r;
      *w = r;
   }
   else
   {
      *w          = new StSlowo;
      (*w)->nast  = NULL;
      (*w)->poprz = NULL;
```

```
      (*w)->n     = 1;
   }
}
```

Rozważmy następujący fragment programu w **Pascalu**

```
var
  i,n,S  : integer;
  w      : ref;
begin
  n := 3;
  S := 0;
  w := nil;
  for i:=0 to n do
    Add(w);
  while w^.poprz<>nil do
    begin
      S := S+w^.n;
      w := w^.poprz
    end;
  while w^.nast<>nil do
    begin
      S := S+w^.n;
      w := w^.nast
    end;
{S := ? }
end;
```

i odpowiednio w **C**:

```
int i,n,S;
StSlowo *w;

n = 3;
S = 0;
w = NULL;
for(i=0;i<=n;++i)
  Add(&w);
while(w->poprz!=NULL)
{
   S += w->n;
   w = w->poprz;
```

```
}
while(w->nast!=NULL)
{
   S += w->n;
   w = w->nast;
}
/* S := ? */
```

Pytanie: Po wykonaniu programu, ile wynosi S? Odpowiedz uzasadnić opisując jak zmienia się S.

---

4. Rozważmy następujące deklaracje

```
struct TRec
{
   char Na[35],Im[25];
   double Oc;
};

const struct TRec RecDef[]=
  {{//Kowalski//, //Jan//,    3.5 },{//Nowak//,  //Ewa//,  4.75},
   {//Alfawicka//,//Barbara//,4.5 },{//Adamski//,//Piotr//,3.1},
   {//Zero//,     //Siedem//, 3.25},{//Nowak//,  //Adam//, 4.25}};


struct TRec Rec[20],R,*wRec;
int i,j,n;

n = sizeof(RecDef)//sizeof(RecDef[0]);

for(i=0;i<n;++i)
{
   wRec = Rec+i;
   strcpy(wRec->Na,RecDef[i].Na);
   strcpy(wRec->Im,RecDef[i].Im);
   wRec->Oc = RecDef[i].Oc;
}
```

Czy instrukcja:

```
for(i=1;i<n;++i)
  for(j=0;j<n-i;++j)
    if(0<strcmp(Rec[j].Na,Rec[j+1].Na))
    {
       memmove(&R,Rec+(j+1),sizeof(struct TRec));
       memmove(Rec+(j+1),Rec+j,sizeof(struct TRec));
       memmove(Rec+j,&R,sizeof(struct TRec));
    }
```

sortuje tablicę `Rec` ? Podać ile jest wykonywanych porównań i wymian przy realizacji tego fragmentu kodu.

---

5. Znowu mamy deklarację tym razem funkcji rekurencyjnej

```
int N=0;

int F(int n)
{
   N++;
   if(0<n)
     return (n%2 ? F(n+1) : F(n-3) );
   return N;
}
```

I po wykonaniu

```
int i,w;

N = 0;
w = F(i);
```

dla `i = 5;` oraz `i = 6;` odpowiednio, ile wynosi `w`. Napisać jawnym wzorem `F(i)`. Dla jakich wartości i (dziedziny $i \in N$) działanie funkcji zakończy się (wyznaczyć zbieżnik)?

6. Teraz rozważmy klasyczną deklarację *klasy* opisującej liczby zespolone

```
class TZesp
{
```

```
private:
        double r,i;
public:
        TZesp();
        TZesp(double Ar, double Ai);
        double Re();
        double Im();
        TZesp operator=(TZesp a);
        friend TZesp operator*(TZesp a,TZesp b);
};

TZesp::TZesp()
{
   r = i = 0.0;
}

TZesp::TZesp(double Ar, double Ai)
{
   r = Ar;
   i = Ai;
}

double TZesp::Re()
{
   return r;
}

double TZesp::Im()
{
   return i;
}

TZesp TZesp::operator=(TZesp a)
{
   r = a.r;
   i = a.i;
   return *this;
}

TZesp operator*(TZesp a,TZesp b)
{
   return TZesp(a.r*b.r-a.i*b.i,a.r*b.i+a.i*b.r);
}
```

Pytanie: Po wykonaniu

```
TZesp z1(0,1),*z2,z3;

z2 = new TZesp(1,2);
z3 = z1* *z2;
```

Ile wynosi `z3`? Na przykładzie przeciążenia `operatora *` przeciążyć `operator /` w ten sposób, aby opisywał dzielenie liczb zespolonych. W przypadku dzielenia przez zero zdefiniować odpowiednią *klasę*, która będzie podstawą do obsłużenia tej sytuacji krytycznej przez generowanie odpowiedniego *wyjątku*.

Próbny pisemny egzamin dyplomowy

na Uniwersytecie Wrocławskim

na kierunku matematyka

część II

specjalność ekonomiczna

Kwiecień 2002

Przykładowy zestaw zadań dla specjalności ekonomicznej

1. Fabryka rękawiczek "ABC" planuje uruchomienie linji produkcyjnej skórzanych rękawicze dla całej rodziny - męskich, damskich i dziecięcych. Każdy zatrudniony na stałe pracownik pracuje 40 godzin tygodniowo. Dodatkowo, na podstawie umowy ze związkami zawodowymi, liczba zatrudninych na stałe pracowników nie może spaść poniżej 20. W fabryce mogą być zatrudnieni pracownicy czasowi na nastepujacych, ustalonych ze związkami zawodowymi warunkach: (1) każdy pracownik zatrudniony czasowo pracuje 20 godzin tygodniowo, oraz (2) na każdego pracownika zatrudnionego czasowe w fabryce musi przypadać conajmniej 2 pracowników zatrudnionych na stałe.
Każdy typ rękawiczek produkowany jest ze 100% cielęcej skóry. Fabryka "ABC" posiada długoterminowy kontrakt z dostawcą skóry i otrzymuje 5 00 m^2 skóry tygodniowo. Zapotrzebowanie materiałowe oraz wymagany nakład pracy potrzebny do wyprodukowania jednej pary rękawiczek każdego rodzaju jak również *zysk brutto* (nie uwzględniający kosztów robocizny) ze sprzedaży jednej pary rękawiczek każdego rodzaju jest dany w nastepującej tabelce.

Rękawiczki	Wymagania materiałowe	Wymagany czas	Zysk brutto
Męskie	0.2 m^2	30 minut	8 zł
Damskie	0.15 m^2	45 minut	10 zł
Dziecięce	0.1 m^2	40 minut	6 zł

Każdy pracownik zatrudniony na stałe zarabia 13 zł na godzinę, podczas gdy pracownik czasowy 10 zł na godzinę. Zarząd fabryki chce wiedzieć ile rekawiczek każdego rodzaju powinno być produkowanych tygodniowo, jak rownież chce wiedzieć ilu pracowników stałych, a ilu czasowych powinno być zatrudnionych. Ich celem jest zmasymalizowanie *zysku netto* (*zysk brutto* minus koszt robocizny).
Sformułuj zagadnienie programowania liniowego dla tak opisanego problemu.

2 Rozwiąż następujące zagadnienie programowania linilowego:

$$x = (x_1, x_2) \geq 0;$$

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &\leq 1 \\ 2x_1 - x_2 &\leq 10 \\ x_2 &\leq 5 \end{aligned}$$

$$4x_1 + 3x_2 = \max.$$

3 W modelu dyskretnym rezerwa kapitału dana jest wzorem $R_n = u + n - \sum_{i=1}^{n} X_i$ a rozkład szkody jest dany przez niezależne zmienne losowe $\{X_i, i \geq 1\}$ o rozkładzie $P(X_i = k) = pq^k$, $k \geq 0$, takim, że $EX_i = \frac{1}{3}$.

1. Oblicz współczynnik dostosowawczy $\tilde{R}$.

2. Oblicz prawdopodobieństwo ruiny przy kapitale początkowym $u = 0$.

4 Rozwiązać równanie $y'' - 6y' + 8y = 0$ przy warunku początkowym $y(0) = 2,\ y'(0) = 6$.

5 Automat produkuje nity, których długość powinna wynosić 15 mm. Automat pracuje jednak niedokładnie – odchylenie standardowe wyprodukowanego nitu wynosi 3 mm. Kontroler jakości sprawdził 25 nitów i stwierdził, że średnia (arytmetyczna) ich długości wyniosła 17 mm. Czy powinien zażądać uregulowania automatu, twierdząc iż produkuje on za długie nity?
Wskazówka. Można przyjąć, że odchylenie długości nitu od wartości nominalnej ma rozkład normalny a poziom istotności przy podejmowaniu decyzji wynosi 0.05.

Rozkład normalny; $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} e^{-x^2//2} dx$

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
0	0,5000	0,4	0,6554	0,8	0,7881	1,2	0,8849	1,6	0,9452
0,01	0,5040	0,41	0,6591	0,81	0,7910	1,21	0,8869	1,61	0,9463
0,02	0,5080	0,42	0,6628	0,82	0,7939	1,22	0,8888	1,62	0,9474
0,03	0,5120	0,43	0,6664	0,83	0,7967	1,23	0,8907	1,63	0,9484
0,04	0,5160	0,44	0,6700	0,84	0,7995	1,24	0,8925	1,64	0,9495
0,05	0,5199	0,45	0,6736	0,85	0,8023	1,25	0,8944	1,65	0,9505
0,06	0,5239	0,46	0,6772	0,86	0,8051	1,26	0,8962	1,66	0,9515
0,07	0,5279	0,47	0,6808	0,87	0,8078	1,27	0,8980	1,67	0,9525
0,08	0,5319	0,48	0,6844	0,88	0,8106	1,28	0,8997	1,68	0,9535
0,09	0,5359	0,49	0,6879	0,89	0,8133	1,29	0,9015	1,69	0,9545
0,1	0,5398	0,5	0,6915	0,9	0,8159	1,3	0,9032	1,7	0,9554
0,11	0,5438	0,51	0,6950	0,91	0,8186	1,31	0,9049	1,71	0,9564
0,12	0,5478	0,52	0,6985	0,92	0,8212	1,32	0,9066	1,72	0,9573
0,13	0,5517	0,53	0,7019	0,93	0,8238	1,33	0,9082	1,73	0,9582
0,14	0,5557	0,54	0,7054	0,94	0,8264	1,34	0,9099	1,74	0,9591
0,15	0,5596	0,55	0,7088	0,95	0,8289	1,35	0,9115	1,75	0,9599
0,16	0,5636	0,56	0,7123	0,96	0,8315	1,36	0,9131	1,76	0,9608
0,17	0,5675	0,57	0,7157	0,97	0,8340	1,37	0,9147	1,77	0,9616
0,18	0,5714	0,58	0,7190	0,98	0,8365	1,38	0,9162	1,78	0,9625
0,19	0,5753	0,59	0,7224	0,99	0,8389	1,39	0,9177	1,79	0,9633
0,2	0,5793	0,6	0,7257	1	0,8413	1,4	0,9192	1,8	0,9641
0,21	0,5832	0,61	0,7291	1,01	0,8438	1,41	0,9207	1,81	0,9649
0,22	0,5871	0,62	0,7324	1,02	0,8461	1,42	0,9222	1,82	0,9656
0,23	0,5910	0,63	0,7357	1,03	0,8485	1,43	0,9236	1,83	0,9664
0,24	0,5948	0,64	0,7389	1,04	0,8508	1,44	0,9251	1,84	0,9671
0,25	0,5987	0,65	0,7422	1,05	0,8531	1,45	0,9265	1,85	0,9678
0,26	0,6026	0,66	0,7454	1,06	0,8554	1,46	0,9279	1,86	0,9686
0,27	0,6064	0,67	0,7486	1,07	0,8577	1,47	0,9292	1,87	0,9693
0,28	0,6103	0,68	0,7517	1,08	0,8599	1,48	0,9306	1,88	0,9699
0,29	0,6141	0,69	0,7549	1,09	0,8621	1,49	0,9319	1,89	0,9706
0,3	0,6179	0,7	0,7580	1,1	0,8643	1,5	0,9332	1,9	0,9713
0,31	0,6217	0,71	0,7611	1,11	0,8665	1,51	0,9345	1,91	0,9719
0,32	0,6255	0,72	0,7642	1,12	0,8686	1,52	0,9357	1,92	0,9726
0,33	0,6293	0,73	0,7673	1,13	0,8708	1,53	0,9370	1,93	0,9732
0,34	0,6331	0,74	0,7704	1,14	0,8729	1,54	0,9382	1,94	0,9738
0,35	0,6368	0,75	0,7734	1,15	0,8749	1,55	0,9394	1,95	0,9744
0,36	0,6406	0,76	0,7764	1,16	0,8770	1,56	0,9406	1,96	0,9750
0,37	0,6443	0,77	0,7794	1,17	0,8790	1,57	0,9418	1,97	0,9756
0,38	0,6480	0,78	0,7823	1,18	0,8810	1,58	0,9429	1,98	0,9761
0,39	0,6517	0,79	0,7852	1,19	0,8830	1,59	0,9441	1,99	0,9767

Próbny pisemny egzamin dyplomowy

na Uniwersytecie Wrocławskim

na kierunku matematyka

część II

specjalność nauczycielska

Kwiecień 2002

1. Rozwiązać równanie $y'' - 6y' + 8y = 0$ przy warunku początkowym $y(0) = 2,\ y'(0) = 6$.

2. Znaleźć wszystkie rozwiązania w liczbach całkowitych równania

$$2x + 9y = 10.$$

3. Uzasadnić, że jeśli $NWD(n, 10) = 1$, to $n^4 \equiv 1 \pmod 5$.

4. Dla trójkąta o bokach $8, 4\sqrt{3}, 4$ wyznaczyć promienie okręgu wpisanego i opisanego.

5. Podać takie symetrie osiowe S_1, S_2, że złożenie S_2S_1 jest
(a) obrotem wokół punktu $(1, 2)$ o kąt 90^o.
(b) przesunięciem o wektor $[2, 6]$.

6. Rozważmy parabolę o ognisku w punkcie $S = (0, 1)$ i kierownicy $y = -1$.
a) Dla jakiej wartości b punkt $A = (2, b)$ leży na tej paraboli?
b) Sprawdzić, że prosta będąca symetralną odcinka SA', gdzie $A' = (2, 0)$, jest styczna do tej paraboli w punkcie A.

7. Obliczyć liczbę przekątnych dwunastościanu foremnego (uwaga: bez przekątnych ścian).

8. Automat produkuje nity, których długość powinna wynosić 15 mm. Automat pracuje jednak niedokładnie – odchylenie standardowe wyprodukowanego nitu wynosi 3 mm. Kontroler jakości sprawdził 25 nitów i stwierdził, że średnia (arytmetyczna) ich długości wyniosła 17 mm. Czy powinien zażądać uregulowania automatu, twierdząc iż produkuje on za długie nity?
Wskazówka. Można przyjąć, że odchylenie długości nitu od wartości nominalnej ma rozkład normalny a poziom istotności przy podejmowaniu decyzji wynosi 0.05.

Rozkład normalny; $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} e^{-x^2//2} dx$

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
0	0,5000	0,4	0,6554	0,8	0,7881	1,2	0,8849	1,6	0,9452
0,01	0,5040	0,41	0,6591	0,81	0,7910	1,21	0,8869	1,61	0,9463
0,02	0,5080	0,42	0,6628	0,82	0,7939	1,22	0,8888	1,62	0,9474
0,03	0,5120	0,43	0,6664	0,83	0,7967	1,23	0,8907	1,63	0,9484
0,04	0,5160	0,44	0,6700	0,84	0,7995	1,24	0,8925	1,64	0,9495
0,05	0,5199	0,45	0,6736	0,85	0,8023	1,25	0,8944	1,65	0,9505
0,06	0,5239	0,46	0,6772	0,86	0,8051	1,26	0,8962	1,66	0,9515
0,07	0,5279	0,47	0,6808	0,87	0,8078	1,27	0,8980	1,67	0,9525
0,08	0,5319	0,48	0,6844	0,88	0,8106	1,28	0,8997	1,68	0,9535
0,09	0,5359	0,49	0,6879	0,89	0,8133	1,29	0,9015	1,69	0,9545
0,1	0,5398	0,5	0,6915	0,9	0,8159	1,3	0,9032	1,7	0,9554
0,11	0,5438	0,51	0,6950	0,91	0,8186	1,31	0,9049	1,71	0,9564
0,12	0,5478	0,52	0,6985	0,92	0,8212	1,32	0,9066	1,72	0,9573
0,13	0,5517	0,53	0,7019	0,93	0,8238	1,33	0,9082	1,73	0,9582
0,14	0,5557	0,54	0,7054	0,94	0,8264	1,34	0,9099	1,74	0,9591
0,15	0,5596	0,55	0,7088	0,95	0,8289	1,35	0,9115	1,75	0,9599
0,16	0,5636	0,56	0,7123	0,96	0,8315	1,36	0,9131	1,76	0,9608
0,17	0,5675	0,57	0,7157	0,97	0,8340	1,37	0,9147	1,77	0,9616
0,18	0,5714	0,58	0,7190	0,98	0,8365	1,38	0,9162	1,78	0,9625
0,19	0,5753	0,59	0,7224	0,99	0,8389	1,39	0,9177	1,79	0,9633
0,2	0,5793	0,6	0,7257	1	0,8413	1,4	0,9192	1,8	0,9641
0,21	0,5832	0,61	0,7291	1,01	0,8438	1,41	0,9207	1,81	0,9649
0,22	0,5871	0,62	0,7324	1,02	0,8461	1,42	0,9222	1,82	0,9656
0,23	0,5910	0,63	0,7357	1,03	0,8485	1,43	0,9236	1,83	0,9664
0,24	0,5948	0,64	0,7389	1,04	0,8508	1,44	0,9251	1,84	0,9671
0,25	0,5987	0,65	0,7422	1,05	0,8531	1,45	0,9265	1,85	0,9678
0,26	0,6026	0,66	0,7454	1,06	0,8554	1,46	0,9279	1,86	0,9686
0,27	0,6064	0,67	0,7486	1,07	0,8577	1,47	0,9292	1,87	0,9693
0,28	0,6103	0,68	0,7517	1,08	0,8599	1,48	0,9306	1,88	0,9699
0,29	0,6141	0,69	0,7549	1,09	0,8621	1,49	0,9319	1,89	0,9706
0,3	0,6179	0,7	0,7580	1,1	0,8643	1,5	0,9332	1,9	0,9713
0,31	0,6217	0,71	0,7611	1,11	0,8665	1,51	0,9345	1,91	0,9719
0,32	0,6255	0,72	0,7642	1,12	0,8686	1,52	0,9357	1,92	0,9726
0,33	0,6293	0,73	0,7673	1,13	0,8708	1,53	0,9370	1,93	0,9732
0,34	0,6331	0,74	0,7704	1,14	0,8729	1,54	0,9382	1,94	0,9738
0,35	0,6368	0,75	0,7734	1,15	0,8749	1,55	0,9394	1,95	0,9744
0,36	0,6406	0,76	0,7764	1,16	0,8770	1,56	0,9406	1,96	0,9750
0,37	0,6443	0,77	0,7794	1,17	0,8790	1,57	0,9418	1,97	0,9756
0,38	0,6480	0,78	0,7823	1,18	0,8810	1,58	0,9429	1,98	0,9761
0,39	0,6517	0,79	0,7852	1,19	0,8830	1,59	0,9441	1,99	0,9767